جامعة اسيوط	امتحان الفصل الدراسي الثاني (٢٠١٤ _ ٢٠١٥)	الفرقة :: اولي هندسة
كلية العلوم	المادة :: رياضيات (٣)	الشعبة :: كهرباء
قسم الرياضيات		الزمن :: ٣ ساعات

اجب عن خمسة اسئلة فقط:: كل سؤال من ٢٠ درجة

السؤال الاول ::

(أ)_ برهن ان جميع أصفار كلاً من $\tan z$ ، $\cos z$ حقيقية ثم اوجدها.

(ب)_ اوجد متسلسلة فورير جيبية التمام للدالة $F(x)= \sin x\ ,\ 0<x<\pi$ ثم اثبت ان

$$\pi^2 = 8 + 4\sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{1+\cos n\pi}{n^2-1}\right)^2$$

السؤال الثاني ::

(أ) _ اثبت ان الدالة

$$v(x,y) = 3xy^2 - x^3 + 4\cos x \sinh y - e^{-2x}\sin 2y$$

توافقية ومن ثم كون الدالة التحليلية والتي شقها التخيلي هو هذه الدالة والتي تحقق $f(0)=2$

(ب) _ بفرض ان المعادلة التفاضلية لدالة بسل من الرتبة صفر هي

$$t J_0''(t) + J_0'(t) + t J_0(t) = 0$$

حيث $J_0(t)$ دالة بسل من الرتبة صفر فاوجد $\mathcal{L}\{J_0(t)\}$

السؤال الثالث ::

(أ) _ اذا كانت $f(z)$ دالة تحليلية داخل وعلي المنحني البسيط المقفل C ، a اي نقطة داخل C فاثبت ان

$$f(a) = \frac{1}{2\pi i}\oint_C \frac{f(z)}{z-a}\,dz$$

(ب) _ اوجد قيم التكاملات الاتية :::

$$\oint_{c2}\frac{z^2}{(z^2+4)^2}\,dz \ ،\ \oint_{c1}\frac{e^{2z}}{z-1}\,dz \ ،\ \oint_{c1}\frac{e^{iz}}{z^3}\,dz$$

حيث ان :: $C_1: |z| = 2$ & $C_2: |z-2i| = 2$

باقي الأسئلة في الخلف

السؤال الرابع ::

(أ)_ اوجد المنطقة التي تحددها كلا من العلاقات الاتية

$$|z-1| \le 4|z+1| \quad \text{(i)}$$
$$|z+i| + |z-i| \ge 5 \quad \text{(ii)}$$

(ب)_ اوجد قيم التكاملات الاتية

$$\int_0^\infty \cos x^2 dx \quad ، \quad \int_0^\infty \sin x^2 dx$$

السؤال الخامس ::

(أ)_ اوجد كلا مما ياتي ::

$$\mathcal{L}\left\{\int_0^\infty \frac{e^{-u}}{u} du\right\} ، \quad \mathcal{L}\{\sin\sqrt{t}\} \quad ، \quad \mathcal{L}\left\{\frac{sint}{t}\right\}$$

(ب)_ اذا كانت الدالة $f(Z)$ تحليلية ولها مشتقة متصلة عند جميع النقاط داخل وعلي المنحني البسيط المغلق C فاثبت ان $\oint_C f(z)dz=0$

السؤال السادس ::

(أ) _ اوجد كلا مما ياتي ::

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{3s+1}{(s-1)(s^2+1)}\right\} \quad ، \quad \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{e^{-\pi s/3}}{s^2+1}\right\} \quad ، \quad \mathcal{L}^{-1}\left\{ln\left(\frac{s+1}{s}\right)\right\}$$

(ب) _ اوجد حل المعادلات التكاملية الاتية ::

$$(i) \quad Y(t) = 1 + \int_0^t Y(u)\sin(t-u)du$$

$$(ii) \quad Y(t) = \frac{1}{2}t^2 - \int_0^t (t-u)Y(u)du$$

مع تمنياتي لكم بالتوفيق

د. احمد عصام الشريف